
Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

Abgabetermin: 06.02.2004 vor der Vorlesung

Aufgabe 1

Sei T der Spannbaum, der aus einer DFS-Traversierung eines ungerichteten, zusammenhängenden Graphen G entstanden ist. Sei T ferner am Startknoten der DFS gewurzelt. Zeigen Sie, dass für jede Kante $\{u, v\}$ aus G , die nicht in T ist, gilt: Entweder ist u Vorfahre von v oder umgekehrt.

Aufgabe 2

Sei $\{G_n\}$ eine Familie von Graphen $G_n = (V_n, E_n)$ mit $n = ||V||$ Knoten und der Eigenschaft, dass es in G_n einen DFS-Baum der Höhe $h(n)$ gibt (d.h. eine DFS mit einem bestimmten Startknoten, die an jedem besuchten Knoten die Kanten in einer geeigneten Reihenfolge besucht). Zeigen Sie, dass G_n höchstens $O(nh(n))$ Kanten haben kann und geben Sie eine konkrete Familie an, die zeigt, dass die Schranke scharf ist.

Aufgabe 3

Eine *unabhängige Knotenmenge* („Independent Set“) eines Graphen $G = (V, E)$ ist eine Teilmenge I von V , so dass für alle $u, v \in I$ gilt $\{u, v\} \notin E$. I ist *maximal* genau dann, wenn es keinen Knoten $v \in V \setminus I$ gibt, so dass $I \cup \{v\}$ eine unabhängige Knotenmenge ist. Geben Sie einen effizienten Algorithmus an, der eine maximale unabhängige Knotenmenge berechnet. Welche Laufzeit hat der Algorithmus?