

SS 2004

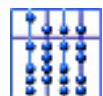
Diskrete Strukturen II

Ernst W. Mayr

Fakultät für Informatik

TU München

<http://www14.in.tum.de/lehre/2004SS/ds/index.html.de>



3.4.2 Praktische Anwendung statistischer Tests

Das im vorhergehenden Abschnitt konstruierte Testverfahren taucht in der Literatur unter dem Namen **approximativer Binomialtest** auf.

Die folgende Tabelle **3.1** gibt einen Überblick über die Eckdaten dieses Tests.

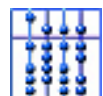


Tabelle 3.1: **Approximativer Binomialtest**

Annahmen:

X_1, \dots, X_n seien unabhängig und identisch verteilt mit $\Pr[X_i = 1] = p$ und $\Pr[X_i = 0] = 1 - p$, wobei p unbekannt sei. n sei hinreichend groß, so dass die Approximation aus Korollar 46 brauchbare Ergebnisse liefert.

Hypothesen:

- a) $H_0 : p = p_0$ gegen $H_1 : p \neq p_0$,
- b) $H_0 : p \geq p_0$ gegen $H_1 : p < p_0$,
- c) $H_0 : p \leq p_0$ gegen $H_1 : p > p_0$.

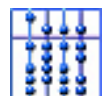
Testgröße:

$$Z := \frac{h - np_0}{\sqrt{np_0(1 - p_0)}},$$

wobei $h := X_1 + \dots + X_n$ die Häufigkeit bezeichnet, mit der die Ereignisse $X_i = 1$ aufgetreten sind.

Ablehnungskriterium für H_0 bei Signifikanzniveau α :

- a) $|Z| > z_{1-\alpha/2}$,
- b) $Z < z_\alpha$,
- c) $Z > z_{1-\alpha}$.



Allgemeines Vorgehen bei statistischen Tests

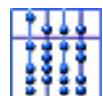
1. Schritt: Formulierung von Annahmen.

Ganz ohne Annahmen kommt man meist nicht aus. Übliche Annahmen betreffen meist die Verteilung der Stichprobenvariablen und deren Unabhängigkeit.

2. Schritt: Formulierung der Nullhypothese.

3. Schritt: Auswahl des Testverfahrens.

4. Schritt: Durchführung des Tests und Entscheidung.



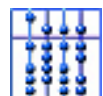
3.4.3 Ausgewählte statistische Tests

Wie findet man das richtige Testverfahren?

Statistische Tests kann man nach mehreren Kriterien in Klassen einteilen.

- **Anzahl der beteiligten Zufallsgrößen**

Sollen zwei Zufallsgrößen mit potentiell unterschiedlichen Verteilungen verglichen werden, für die jeweils eine Stichprobe erzeugt wird, (**Zwei-Stichproben-Test**) oder wird nur eine einzelne Zufallsgröße untersucht (**Ein-Stichproben-Test**)?



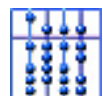
Bei der Fragestellung

Beträgt die mittlere Zugriffszeit auf einen
Datenbankserver im Mittel höchstens 10ms?

hat man es mit einem Ein-Stichproben-Test zu tun, während
die Untersuchung der Frage

Hat Datenbankserver A eine kürzere mittlere
Zugriffszeit als Datenbankserver B?

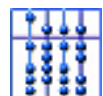
auf einen Zwei-Stichproben-Test führt.



Bei mehreren beteiligten Zufallsgrößen wird zusätzlich unterschieden, ob aus voneinander unabhängigen Grundmengen Stichproben erhoben werden oder nicht. Beim vorigen Beispiel werden unabhängige Messungen vorgenommen, sofern die Server A und B getrennt voneinander arbeiten. Wenn man jedoch die Frage

Läuft ein Datenbankserver auf einer Menge festgelegter Testanfragen mit Query-Optimierung schneller als ohne?

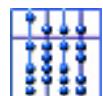
untersucht, so spricht man von **verbundenen Messungen**.



Gelegentlich betrachtet man auch den Zusammenhang zwischen mehreren Zufallsgrößen. Beispielsweise könnte man sich für die Frage interessieren

Wie stark wächst der Zeitbedarf für eine Datenbankanfrage im Mittel mit der (syntaktischen) Länge der Anfrage, d. h. führen kompliziertere Formulierungen zu proportional längeren Laufzeiten?

Mit solchen Fragenstellungen, bei denen ein funktionaler Zusammenhang zwischen Zufallsgrößen ermittelt werden soll, beschäftigt sich die **Regressionsanalyse**. Wenn überhaupt erst zu klären ist, ob ein solcher Zusammenhang besteht oder ob die Zufallsgrößen vielmehr unabhängig voneinander sind, so spricht man von **Zusammenhangsanalyse**.



● Formulierung der Nullhypothese

Welche Größe dient zur Definition der Nullhypothese? Hierbei werden in erster Linie Tests unterschieden, die Aussagen über verschiedene so genannte **Lageparameter** treffen, wie z.B. den **Erwartungswert** oder die **Varianz** der zugrunde liegenden Verteilungen.

Im Zwei-Stichproben-Fall könnte man beispielsweise untersuchen, ob der Erwartungswert der Zufallsgröße A größer oder kleiner als bei Zufallsgröße B ist.

Gelegentlich wird zur Formulierung der Nullhypothese auch der so genannte **Median** betrachtet: Der Median einer Verteilung entspricht dem (kleinsten) Wert x mit $F(x) = 1/2$.

Neben solchen Tests auf Lageparameter gibt es z.B. auch Tests, die auf eine vorgegebene Verteilung oder auf ein Maß für die Abhängigkeit verschiedener Zufallsgrößen testen.

