

---

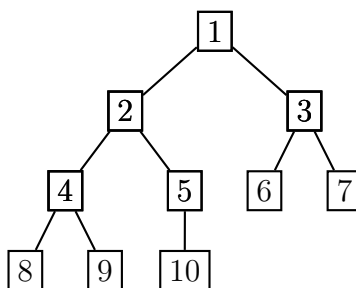
## Grundlegende Algorithmen

---

Abgabetermin: 07.12.2005 **nach** der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Gegeben sei ein Heap, dessen Knoten (in der gewohnten graphischen Darstellung) levelweise von links nach rechts numeriert werden. Die Numerierung beginne mit 1 an der Wurzel. Beispiel:



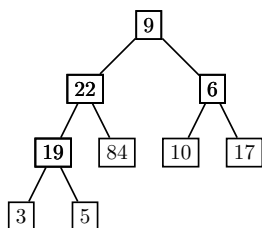
Sei  $v$  ein beliebiger, mit  $i$  numerierter, interner Knoten. Zeigen Sie folgende Beziehungen:

- Das linke Kind von  $v$  erhält die Nummer  $2i$ .
- Das rechte Kind von  $v$  (falls vorhanden) erhält die Nummer  $2i + 1$ .
- Der Vater von  $v$  (falls vorhanden) erhält die Nummer  $\lfloor \frac{i}{2} \rfloor$ .
- Der level von  $v$  ist gleich der Länge der Binärdarstellung von  $i$ , also  $\ell(i) = \lfloor \log i \rfloor + 1$ .

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sei das Array  $A = [9, 22, 6, 19, 84, 10, 17, 3, 5]$ . Illustrieren Sie graphisch die folgenden, in der Vorlesung beschriebenen Operationen:

- `create_heap(A, 9)` ausgehend von dem gegebenen fast vollständigen Binärbaum. (Beachten Sie, dass sich hier die Knotenbeschriftung auf die in den Knoten gespeicherten Elemente bezieht und nicht auf die Nummerierung wie oben.)



- Dreimaliges Anwenden von `delete_min(h)` auf den resultierenden Heap  $h$

Geben Sie dabei auch alle Zwischenschritte an.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Gegeben sei ein Heap  $H$ , für den die Minimumsvariante der Heap-Bedingung erfüllt ist. Die in den Knoten von  $H$  gespeicherten Schlüssel seien ganze Zahlen ( $\in \mathbb{Z}$ ) und, wie bei HeapSort in der Vorlesung, *linearisiert* in einem Array  $A$  gespeichert. Entwickeln Sie einen Algorithmus für die Operation `decrease_key`, die als Argument den zu einem Knoten  $v$  gehörigen Index in  $A$  sowie eine Zahl  $d \in \mathbb{N}$  erhält und den Schlüssel von  $v$  um den Wert  $d$  verkleinert. Das Resultat soll wieder ein korrekter Heap (Minimumsvariante) sein. Geben Sie eine möglichst gute obere Schranke für die Zeitkomplexität Ihres Algorithmus an.

Termin und Ort der Midterm-Klausur: 09.12.2005, 12 Uhr, HS 02  
Bitte bringen Sie Ihren Studentenausweis und einen Lichtbildausweis mit.