

---

## Grundlegende Algorithmen

---

Abgabetermin: 14.12.2005 nach der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

- a) Sei  $T$  ein Binärbaum. Wir definieren die Knotentiefe  $d_v$  eines Knotens in  $T$  als die Länge des Pfades (Anzahl der Kanten) von der Wurzel von  $T$  zu  $v$ . Die **Pfadlänge** von  $T$  ist die Summe aller Knotentiefen  $d_v$  der Knoten in  $T$ . Geben Sie einen **linearen** Algorithmus zur Berechnung der Pfadlänge von  $T$  an.  
(*Hinweis*: Sie können davon ausgehen, dass die Kinder eines Knotens  $v$  über Pointer  $left(v)$  und  $right(v)$  in konstanter Zeit erreicht werden können.)
- b) Die **interne Pfadlänge**  $I(T)$  von  $T$  ist die Summe der Tiefen aller inneren Knoten von  $T$ . Die **externe Pfadlänge**  $E(T)$  von  $T$  ist die Summe der Tiefen aller externen Knoten (Blätter) von  $T$ . Zeigen Sie, dass für einen echten Binärbaum auf  $n$  inneren Knoten gilt

$$E(T) = I(T) + 2n.$$

(*Hinweis*: In einem echten Binärbaum hat jeder Knoten entweder genau zwei Kinder (innere Knoten) oder ist ein Blatt.)

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Gegeben sei ein Heap, der mittels der in der Vorlesung vorgeführten Methode linearisiert in einem Array  $A$  gespeichert ist. Element  $A[1]$  enthält somit die Wurzel. Gegeben sei weiterhin ein Schlüsselwert  $x$ . Geben Sie einen Algorithmus an, der mit möglichst wenig Schlüsselvergleichen feststellt, ob  $x$  im Heap gespeichert ist oder nicht.

(*Hinweis*: vollständiges Durchsuchen von  $A$  kommt nicht in Betracht)

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Seien  $H_1$  und  $H_2$  zwei Heaps gleicher Tiefe, und sei  $H_1$  darüber hinaus ein vollständiger Binärbaum. Wie kann man mit möglichst wenig Aufwand einen Heap  $H$  erzeugen, der alle Schlüsselwerte von  $H_1$  und  $H_2$  enthält?