

---

## Effiziente Algorithmen und Datenstrukturen I

---

Abgabetermin: 26.01.2007 vor der Vorlesung

### Aufgabe 1 (10 Punkte)

Sei  $d \in \mathbb{N}$ ,  $d \geq 2$ . Ein  $d$ -Heap ist definiert als ein vollständiger  $d$ -ärer Baum, der die Heapbedingung erfüllt. Beschreiben Sie eine Implementierung von  $d$ -Heaps, die die INSERT-Operation in Zeit  $O(\log_d n)$ , die FINDMIN-Operation in konstanter und die DELETE-Operation in Zeit  $O(d \cdot \log_d n)$  ermöglicht.

*Hinweis:* In einem vollständigen  $d$ -ären Baum hat jeder Knoten (mit höchstens einer Ausnahme) genau  $d$  Kinder, wobei die Knoten Ebene für Ebene von links nach rechts eingefügt werden. D.h. nur der innere Knoten, an dem zuletzt Kinder angefügt werden, darf weniger als  $d$  Kinder besitzen.

### Aufgabe 2 (10 Punkte)

Zeigen Sie, dass eine Implementierung von Dijkstra's Algorithmus unter Verwendung von  $d$ -Heaps (vgl. Aufgabe 1) Laufzeit  $O(m \log_{2+\frac{m}{n}} n)$  hat (für geeignet gewähltes  $d$ ).

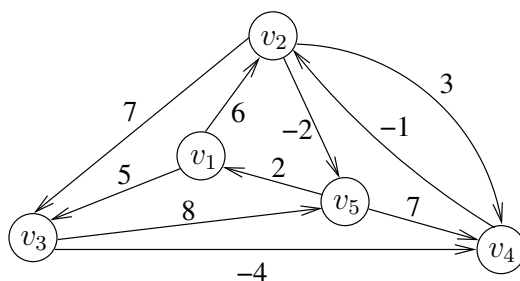
*Hinweis:* Sie können voraussetzen, dass ein  $n$ -elementiger  $d$ -Heap in Zeit  $O(n)$  aufgebaut werden kann.

### Aufgabe 3 (10 Punkte)

Sei  $G = (V, E)$  ein einfacher, gerichteter, gewichteter azyklischer Graph. Geben Sie einen effizienten Algorithmus zur Berechnung eines längsten gerichteten Pfades zwischen einem Startknoten  $s$  und einem Zielknoten  $t$  an. Analysieren Sie die Laufzeit Ihres Algorithmus.

### Aufgabe 4 (10 Punkte)

Führen Sie auf folgendem Graphen den all-pairs-shortest-path Algorithmus von Floyd aus.



Geben Sie den Inhalt der Entfernungsmatrix nach jedem Durchlauf der äußeren Schleife des Algorithmus an.