

Algorithmen für die Speicherhierarchie

Einführung und Aufbau der Vorlesung

Riko Jacob

Lehrstuhl für Effiziente Algorithmen
Fakultät für Informatik
Technische Universität München

Vorlesung 15. Oktober 2007



Technische Universität München



Akademischer Werdegang

Riko Jacob

- 1992-1997 Diplom in Würzburg
- 1997-1998 GRA in Los Alamos (TRANSIMS)
- 1998-2002 PhD in Aarhus, Dänemark (BRICS)
- 2002-2003 PostDoc an der LMU (Hans-Peter Kriegel)
- 2003-2007 Oberassistent an der ETH Zürich, Schweiz
(Peter Widmayer)
- 2007-2012 Nachwuchsgruppenleiter an der TUM



Nachwuchsgruppe

Speicherhierarchie-optimale Matrixmultiplikations-Programme

- Behandelt eine Grundlegende Problemstellung
- Theoretische Fragestellungen
 - untere Schranken
 - Optimierungsproblem
 - Verbindung zu Parallelrechnern
- Algorithm Engineering
 - Evaluation der Algorithmen
 - Realistische Modellbildung

Für 5 Jahre im Rahmen des Emmy Noether Programms der Deutschen Forschungsgemeinschaft (DFG).



Realer Rechner

Beispiel

| | | |
|-----------|--------|---------|
| Name: | Speedo | Memo |
| CPU: | 3 GHz | 1 GHz |
| Speicher: | 250 Mb | 1000 Mb |

Textverarbeitung: ++ +

Text+Mail+Firefox+PDF: -- 0

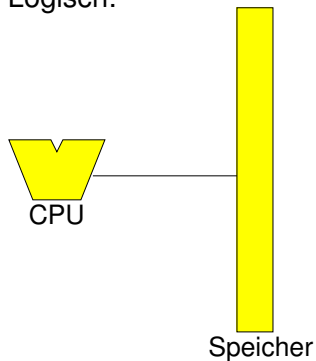
Erfahrung: Ausreichend Speicher ist Voraussetzung

Manche Anwendung: So viel Speicher kann man nicht einbauen (Satellitenbilder, ...)



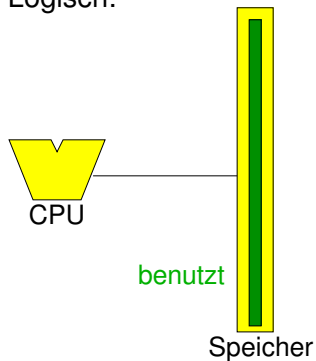
Speicherhierarchie

Logisch:



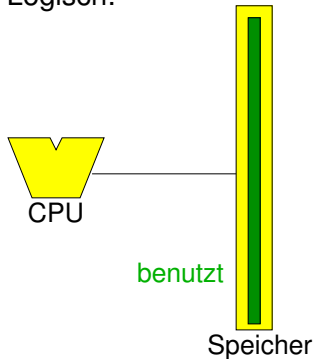
Speicherhierarchie

Logisch:

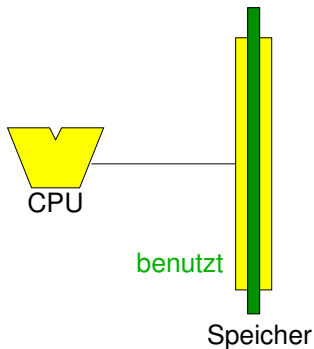


Speicherhierarchie

Logisch:

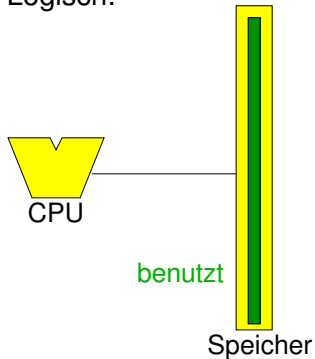


Real:

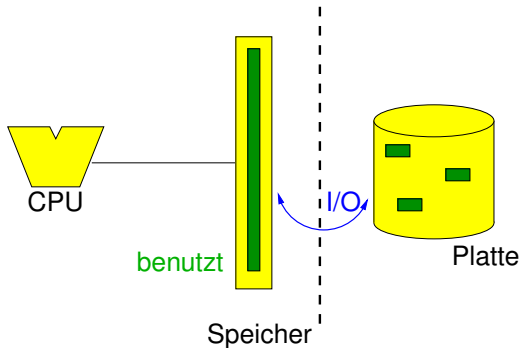


Speicherhierarchie

Logisch:

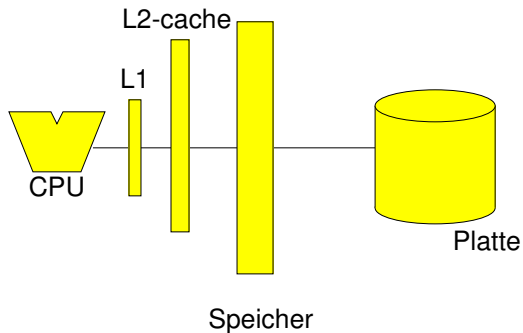


Real:

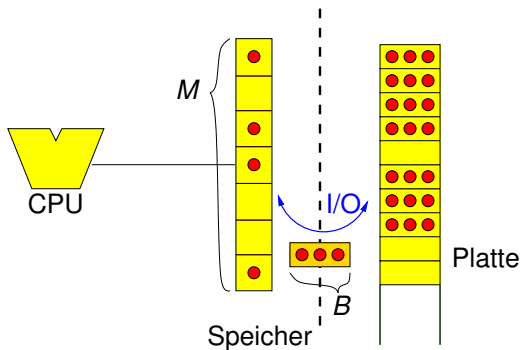


Speicherhierarchie

Real:



I/O-Modell



[Aggarwal, Vitter 1988]



Beispiel: Zugriff

Beispiel



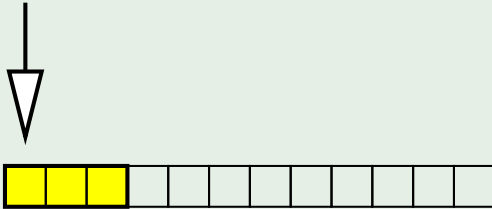
Beispiel: Zugriff

Beispiel



Beispiel: Zugriff

Beispiel

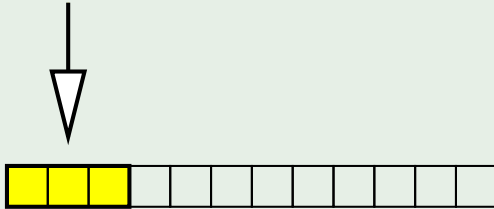


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

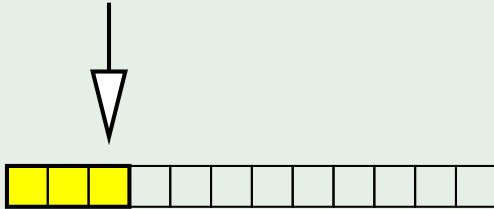


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

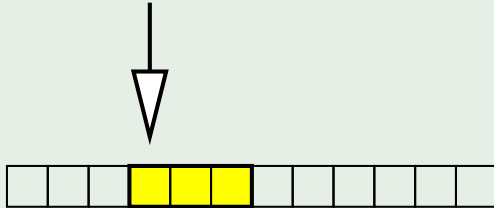


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

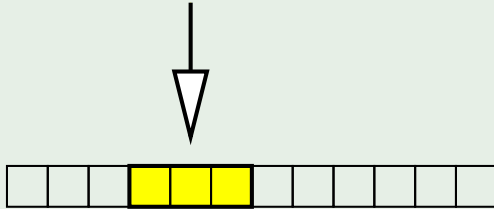


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

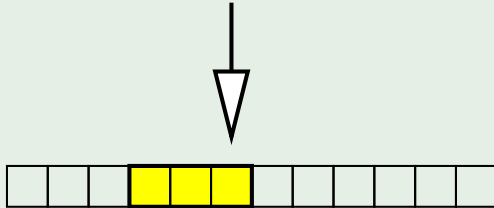


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

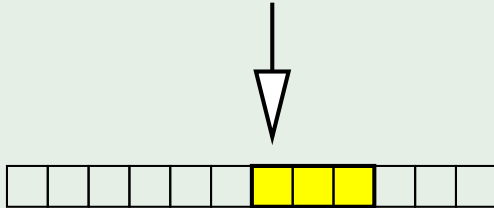


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

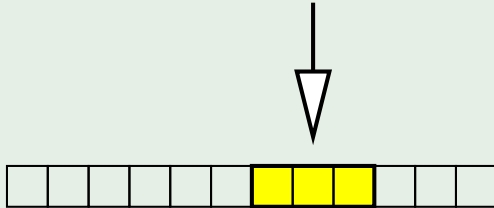


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

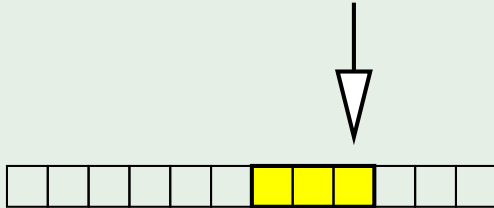


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

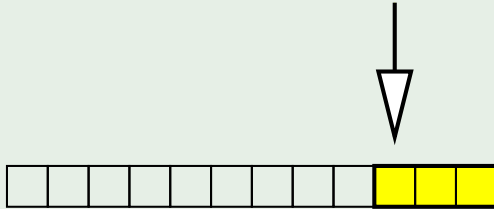


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

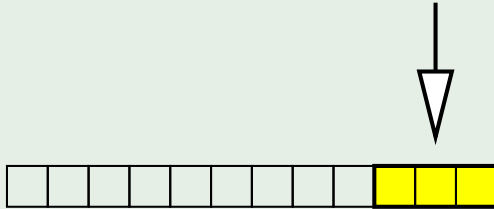


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

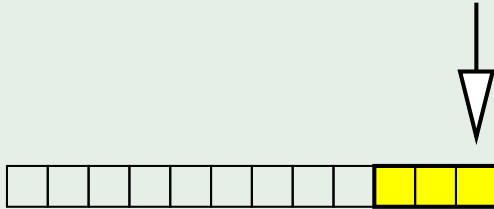


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

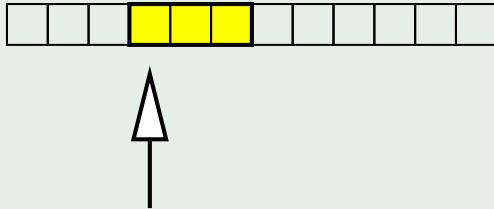


Scan



Beispiel: Zugriff

Beispiel

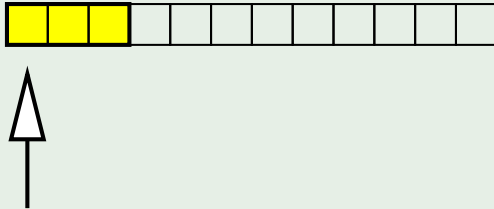


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

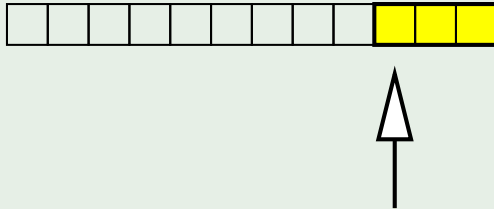


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

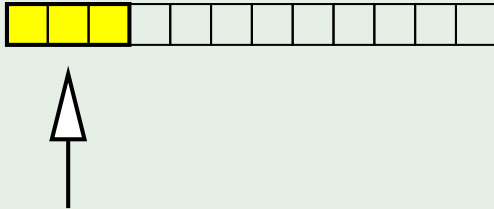


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

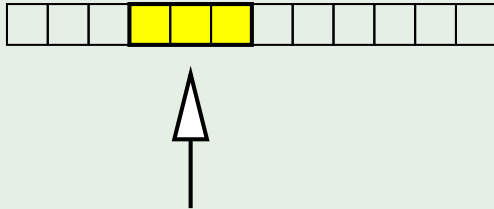


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

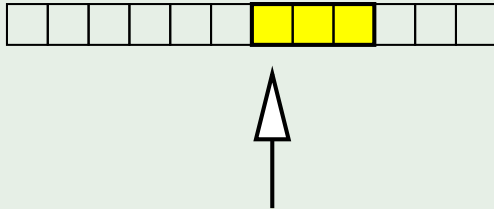


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

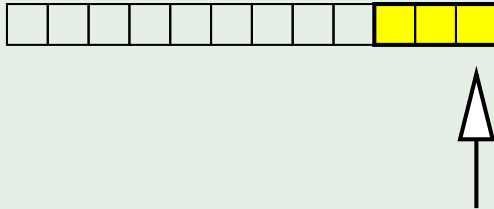


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

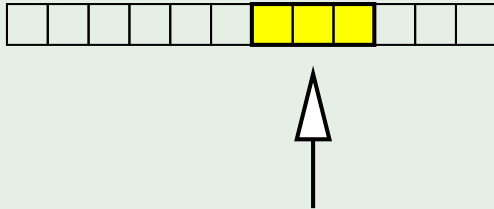


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

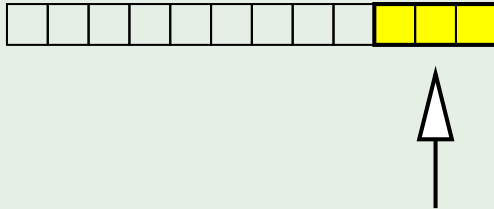


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel

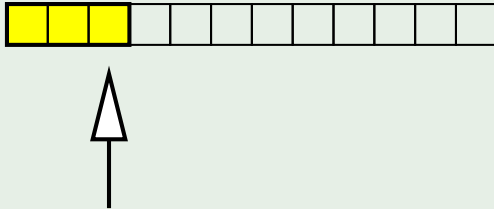


Random Access



Beispiel: Zugriff

Beispiel



Random Access



Inhalt der Vorlesung

- Modellbildung Externspeicher (I/O-model)
- Grundlegende Aufgaben:
Algorithmen, Datenstrukturen, Untere Schranken
 - Sortieren
 - Permutieren
 - Suchen
- I/O-effiziente Algorithmen aus den Bereichen
 - Graphalgorithmen
 - Algorithmische Geometrie
 - Stringalgorithmen

Nebenbei Prinzipien des Designs I/O-effizienter Algorithmen

Darüberhinaus Programmierprojekte: Experimente und Details



Inhalt der Vorlesung

- Modellbildung Externspeicher (I/O-model)
- Grundlegende Aufgaben:
Algorithmen, Datenstrukturen, Untere Schranken
 - Sortieren
 - Permutieren
 - Suchen
- I/O-effiziente Algorithmen aus den Bereichen
 - Graphalgorithmen
 - Algorithmische Geometrie
 - Stringalgorithmen

Nebenbei Prinzipien des Designs I/O-effizienter Algorithmen

Darüberhinaus Programmierprojekte: Experimente und Details



Inhalt der Vorlesung

- Modellbildung Externspeicher (I/O-model)
- Grundlegende Aufgaben:
Algorithmen, Datenstrukturen, Untere Schranken
 - Sortieren
 - Permutieren
 - Suchen
- I/O-effiziente Algorithmen aus den Bereichen
 - Graphalgorithmen
 - Algorithmische Geometrie
 - Stringalgorithmen

Nebenbei Prinzipien des Designs I/O-effizienter Algorithmen

Darüberhinaus Programmierprojekte: Experimente und Details



Form der Vorlesung

- Fokus: Theoretischer Zugang / Verständnis
- Basierend auf
 - Grundlagen: LNCS-Sammelband (GI-Dagstuhl Seminar)
 - Einzelne Themen: (aktuelle) Veröffentlichungen
 - Vorlesungen:
Gerth Brodal und Rolf Fagerberg,
Aarhus DK 1999, 2000, 2001, 2003
zusammen mit Peter Widmayer, Zürich CH, 2004, 2005

Übung

Michael Schnupp,
Dienstag, 12.30 Uhr bis 14.00 Uhr
Raum 00.11.018

Ab 23.10.



Form der Vorlesung

- Fokus: Theoretischer Zugang / Verständnis
- Basierend auf
 - Grundlagen: LNCS-Sammelband (GI-Dagstuhl Seminar)
 - Einzelne Themen: (aktuelle) Veröffentlichungen
 - Vorlesungen:
Gerth Brodal und Rolf Fagerberg,
Aarhus DK 1999, 2000, 2001, 2003
zusammen mit Peter Widmayer, Zürich CH, 2004, 2005

Übung

Michael Schnupp,
Dienstag, 12.30 Uhr bis 14.00 Uhr
Raum 00.11.018

Ab 23.10.



Form der Vorlesung

- Fokus: Theoretischer Zugang / Verständnis
- Basierend auf
 - Grundlagen: LNCS-Sammelband (GI-Dagstuhl Seminar)
 - Einzelne Themen: (aktuelle) Veröffentlichungen
 - Vorlesungen:
Gerth Brodal und Rolf Fagerberg,
Aarhus DK 1999, 2000, 2001, 2003
zusammen mit Peter Widmayer, Zürich CH, 2004, 2005

Übung

Michael Schnupp,
Dienstag, 12.30 Uhr bis 14.00 Uhr
Raum 00.11.018

Ab 23.10.



Form der Vorlesung

- Fokus: Theoretischer Zugang / Verständnis
- Basierend auf
 - Grundlagen: LNCS-Sammelband (GI-Dagstuhl Seminar)
 - Einzelne Themen: (aktuelle) Veröffentlichungen
 - Vorlesungen:
Gerth Brodal und Rolf Fagerberg,
Aarhus DK 1999, 2000, 2001, 2003
zusammen mit Peter Widmayer, Zürich CH, 2004, 2005

Übung

Michael Schnupp,
Dienstag, 12.30 Uhr bis 14.00 Uhr
Raum 00.11.018

Ab 23.10.



Didaktische Form

- Verstehen durch Erarbeiten
 - Genauso viel Übung wie Vorlesung (wenn nötig mehr)
 - Selber Programmieren, Experimentieren
 - Klassische Übungen
- Lebt von Ihrer Mitarbeit
- offen für Ihre Anregungen und Ihre Kritik



Didaktische Form

- Verstehen durch Erarbeiten
 - Genauso viel Übung wie Vorlesung (wenn nötig mehr)
 - Selber Programmieren, Experimentieren
 - Klassische Übungen
- Lebt von Ihrer Mitarbeit
- offen für Ihre Anregungen und Ihre Kritik



Didaktische Form

- Verstehen durch Erarbeiten
 - Genauso viel Übung wie Vorlesung (wenn nötig mehr)
 - Selber Programmieren, Experimentieren
 - Klassische Übungen
- Lebt von Ihrer Mitarbeit
- offen für Ihre Anregungen und Ihre Kritik



Präsenzaufgabe — 5 Minuten Pause

Aufgabe

Entwerfen Sie ein Programm, das die Zeit für einen I/O bzw. cache-miss bestimmen kann.





k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|---|---|
| | | | | e | f | h | j | l | p | x |
|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|--|--|
| | | | | g | k | n | o | y | | |
|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|--|--|

| | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|
| | | | | i | m | z | | | | |
|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a | b | | | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|



k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|---|
| | | | | | | f | h | j | l | p | x |
|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|--|
| | | | | | | g | k | n | o | y | |
|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|--|

| | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|
| | | | | | | i | m | z | | | |
|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a | b | e | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---------|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|



k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

| | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|
| | | | | | | | | h | j | l | p | x |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|
| | | | | | | | | g | k | n | o | y |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | i | m | z | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a | b | e | f | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|



k -Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

| | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|
| | | | | | | | | h | j | l | p | x |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|--|
| | | | | | | | | k | n | o | y | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|--|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | i | m | z | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a | b | e | f | g | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|



k -Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|
| | | | | | | | | | | j | l | p | x |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|
| | | | | | | | | | | k | n | o | y |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | i | m | z | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a | b | e | f | g | h | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|



k -Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|
| | | | | | | | | | | j | l | p | x |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|
| | | | | | | | | | | k | n | o | y |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|---|---|

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|--|--|--|--|
| | | | | | | | | | | m | z | | | | |
|--|--|--|--|--|--|--|--|--|--|----------|---|--|--|--|--|

| | | | | | | | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|
| a | b | e | f | g | h | i | | | | | | | | | |
|---|---|---|---|---|---|---|--|--|--|--|--|--|--|--|--|

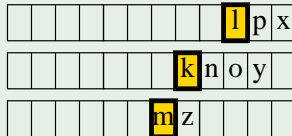


k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

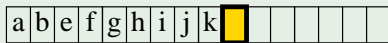


k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

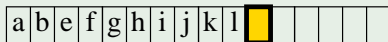
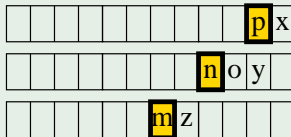


k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

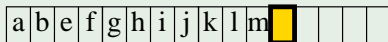
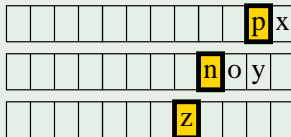


k -Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

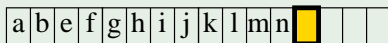
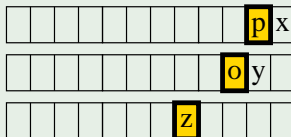


k -Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

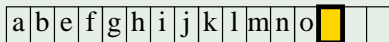
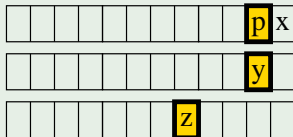


k-Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$

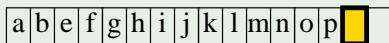
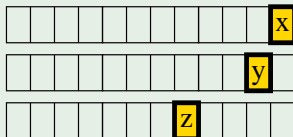


k -Wege Merge

Nur Verschmelzen

Beispiel

$k = 3$



k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$



k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$



k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

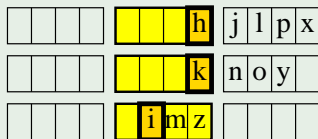


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

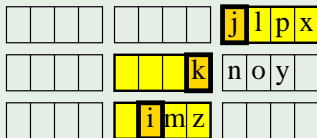


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

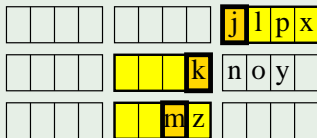


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

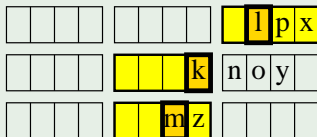


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

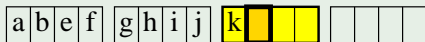
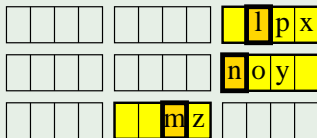


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

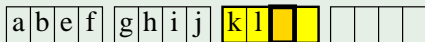
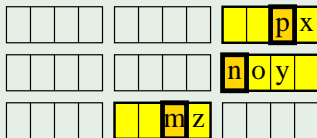


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

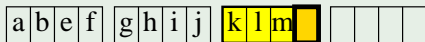
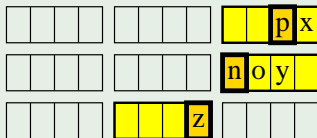


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

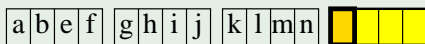
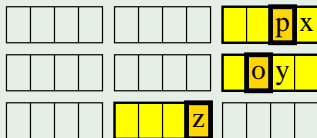


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

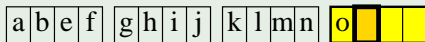
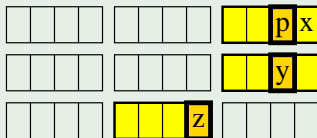


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$

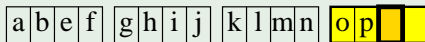
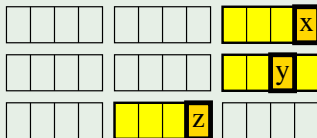


k-Wege Merge

Verschmelzen und I/O

Beispiel

$$k = 3, B = 4, M = 4B$$





Analyse k -Wege MergeSort

klassisches Divide-and-Conquer

Theorem

MergeSort nutzt $\mathcal{O}\left(\frac{N}{B} \log_{\frac{M}{B}} \frac{N}{M}\right)$ I/Os

| | I/Os | # Runs |
|--|--------------------|--------------|
| Basis: Je M Elemente Laden; Sortieren; Speichern; | $\mathcal{O}(N/B)$ | N/M |
| Verschmelzen: je $k = M/B - 1$ sortierte Listen | $\mathcal{O}(N/B)$ | $\times 1/k$ |

Verschmelzungstiefe: $\mathcal{O}\left(\log_{\frac{M}{B}} N/M\right)$

