



Vorlesungsinhalt

Semester: Sommersemester 2011
Vorlesung: Diskrete Wahrscheinlichkeitstheorie (IN0018) (3+2, 6 ECTS)
(mit Übungen)
Dozent: Prof. Dr. Ernst W. Mayr
Übungsleitung: Dr. Werner Meixner

- Texte:** Th. Schickinger und A. Steger:
“Diskrete Strukturen 2
Wahrscheinlichkeitstheorie und Statistik”
Springer-Verlag, 2001
- M. Greiner und G. Tinhofer:
“Stochastik für Informatiker”
Carl Hanser Verlag, 1996
- H. Gordon:
“Discrete Probability”
Springer-Verlag, 1997
- R. Motwani und P. Raghavan:
“Randomized Algorithms”
Cambridge University Press, 1995
- L. Fahrmeir, R. Künstler, I. Pigeot und G. Tutz:
“Statistik – Der Weg zur Datenanalyse”
Springer-Verlag, 1997

Vorlesungsinhalt:

0. Organisatorisches
 1. Vorlesungsinhalt
 2. Literatur
 3. Einleitung
- I. Diskrete Wahrscheinlichkeitsräume
 1. Grundlagen
 - 1.1 Wahl der Wahrscheinlichkeiten
 - 1.2 Historische Anfänge der Wahrscheinlichkeitstheorie
 2. Bedingte Wahrscheinlichkeiten
 3. Unabhängigkeit
 4. Zufallsvariablen
 - 4.1 Grundlagen
 - 4.2 Erwartungswert und Varianz
 1. Rechenregeln für den Erwartungswert
 2. Varianz
 - 4.3 Mehrere Zufallsvariablen
 1. Unabhängigkeit von Zufallsvariablen
 2. Zusammengesetzte Zufallsvariablen
 3. Momente zusammengesetzter Zufallsvariablen
 5. Wichtige diskrete Verteilungen
 - 5.1 Bernoulli-Verteilung
 - 5.2 Binomialverteilung
 - 5.3 Geometrische Verteilung
 - 5.4 Poisson-Verteilung
 1. Poisson-Verteilung als Grenzwert der Binomialverteilung
 6. Abschätzen von Wahrscheinlichkeiten
 - 6.1 Die Ungleichungen von Markov und Chebyshev
 - 6.2 Gesetz der großen Zahlen
 - 6.3 Chernoff-Schranken
 1. Chernoff-Schranken für Summen von 0-1-Zufallsvariablen
 7. Erzeugende Funktionen
 - 7.1 Einführung
 1. Zusammenhang zwischen der w.e. Funktion und den Momenten
 - 7.2 Summen von Zufallsvariablen
 1. Zufällige Summen
 - 7.3 Rekurrente Ereignisse
 8. Formelsammlung
 - 8.1 Gesetze zum Rechnen mit Ereignissen
 - 8.2 Erwartungswert und Varianz diskreter Zufallsvariablen
 - 8.3 Gesetze zum Rechnen mit Zufallsvariablen

II. Kontinuierliche Wahrscheinlichkeitsräume

1. Einführung
 - 1.1 Motivation
 - 1.2 Kontinuierliche Zufallsvariablen
 - 1.3 Kolmogorov-Axiome und σ -Algebren
 1. σ -Algebren
 2. Kolmogorov-Axiome
 3. Lebesgue-Integrale
 - 1.4 Rechnen mit kontinuierlichen Zufallsvariablen
 1. Funktionen kontinuierlicher Zufallsvariablen
 2. Kontinuierliche Zufallsvariablen als Grenzwerte diskreter Zufallsvariablen
 3. Erwartungswert und Varianz
 4. Laplace-Prinzip in kontinuierlichen Wahrscheinlichkeitsräumen
2. Wichtige stetige Verteilungen
 - 2.1 Gleichverteilung
 - 2.2 Normalverteilung
 - 2.3 Exponentialverteilung
 1. Eigenschaften der Exponentialverteilung
 2. Exponentialverteilung als Grenzwert der geometrischen Verteilung
3. Mehrere kontinuierliche Zufallsvariablen
 - 3.1 Mehrdimensionale Dichten
 - 3.2 Randverteilungen und Unabhängigkeit
 - 3.3 Warteprobleme mit der Exponentialverteilung
 - 3.4 Summen von Zufallsvariablen
 - 3.5 Momenterzeugende Funktionen für kontinuierliche Zufallsvariablen
4. Zentraler Grenzwertsatz
 - 4.1 Normalverteilung als Grenzwert der Binomialverteilung
 - 4.2 Elementarer Beweis des Grenzwertsatzes von de Moivre für $p = 1/2$
 - 4.3 Verschiedene Approximationen der Binomialverteilung

III. Induktive Statistik

1. Einführung
2. Schätzvariablen
 - 2.1 Maximum-Likelihood-Prinzip zur Konstruktion von Schätzvariablen
3. Konfidenzintervalle
4. Testen von Hypothesen
 - 4.1 Einführung
 - 4.2 Praktische Anwendung statistischer Tests
 - 4.3 Allgemeines Vorgehen bei statistischen Tests
 - 4.4 Ausgewählte statistische Tests
 1. Wie findet man das richtige Testverfahren?
 2. Ein-Stichproben-Tests für Lageparameter
 3. Zwei-Stichproben-Tests für Lageparameter

4. Nicht an Lageparametern orientierte Tests

IV. Stochastische Prozesse

1. Einführung
2. Prozesse mit diskreter Zeit
 - 2.1 Einführung
 - 2.2 Berechnung von Übergangswahrscheinlichkeiten
 - 2.3 Ankunfts-wahrscheinlichkeiten und Übergangszeiten
 - 2.4 Das Gamblers Ruin Problem
 - 2.5 Stationäre Verteilung
 - 2.6 Doppeltstochastische Matrizen
3. Prozesse mit kontinuierlicher Zeit
 - 3.1 Einführung
 - 3.2 Warteschlangen
 1. M/M/1-Warteschlangen
 - 3.3 Birth-and-Death Prozesse

Ende des in der Vorlesung behandelten Stoffes: Schickinger/Steger S. 206